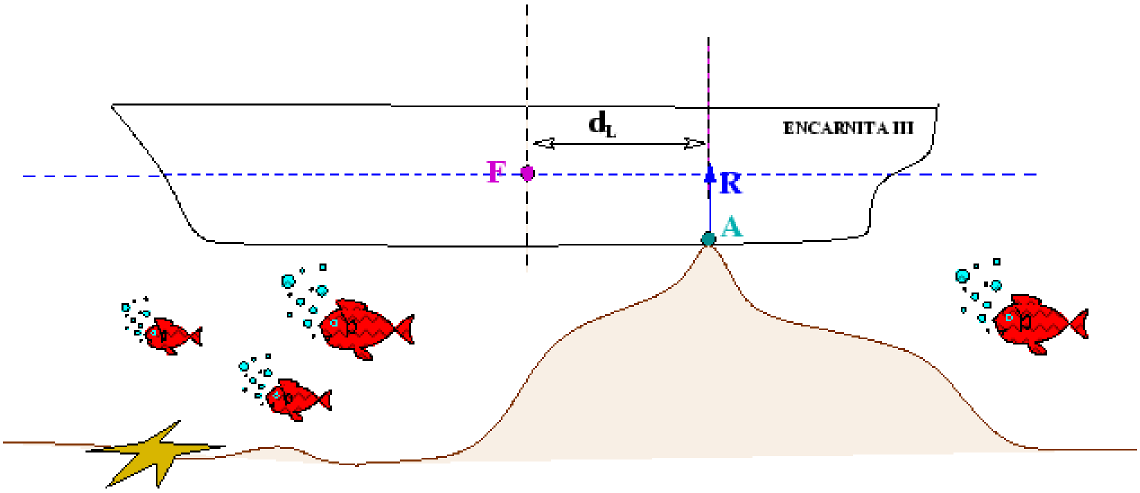

Figura 1.27: Varada.

Si el momento de asiento unitario del barco, en las condiciones de desplazamiento en las que se encuentra, es M_u, tendremos que la alteración producida al bajar la marea de forma que la línea de flotación está I_c centímetros más abajo que en el momento de varar es:

$$a = \frac{R \cdot d_L}{Mu} = \frac{I_c \cdot T_c \cdot d_L}{Mu}$$

donde d_L es la distancia longitudinal entre el punto de varada A y el centro de flotación F. Esta alteración tendremos que repartirla entre proa y popa como ya hemos discutido con anterioridad.

De nuevo, para quedar libres de la varada descargaremos un peso R situado en la vertical de A. Si ello no es posible (que será lo más probable) procederemos, una vez aligerado el barco todo lo posible, a descargar y/o trasladar pesos desde otros puntos de manera que produzcamos una disminución de calado en el extremo del barco con el que hemos tocado fondo lo suficientemente grande como para quedar libres, controlando también la escora la escora (el punto A estará en general fuera del plano de crujía) mediante el traslado transversal de pesos.

Estabilidad dinámica

Introducción

Hemos estudiado en el capítulo anterior la estabilidad *estática*, o sea, el equilibrio *estático* de fuerzas que hacen que el barco flote, se escore si trasladamos o un peso transversalmente o lo cargamos fuera del plano de crujía, o cambie su asiento si se trasladan pesos longitudinalmente. En otras palabras, hemos aprendido a calcular la posición en la que quedaría el barco si, manteniendo la distribución de pesos que tiene, es depositado en la posición calculada *con infinito cuidado*, de modo que no produzcamos ninguna perturbación extra sobre él, en aguas absolutamente en reposo. Sin embargo, es obvio que estas no son las circunstancias en las que navega un barco.

Para entender mejor el problema que nos planteamos ahora, el estudio de la ***estabilidad dinámica*** del barco, veamos antes, cualitativamente hablando, un ejemplo elemental de física.

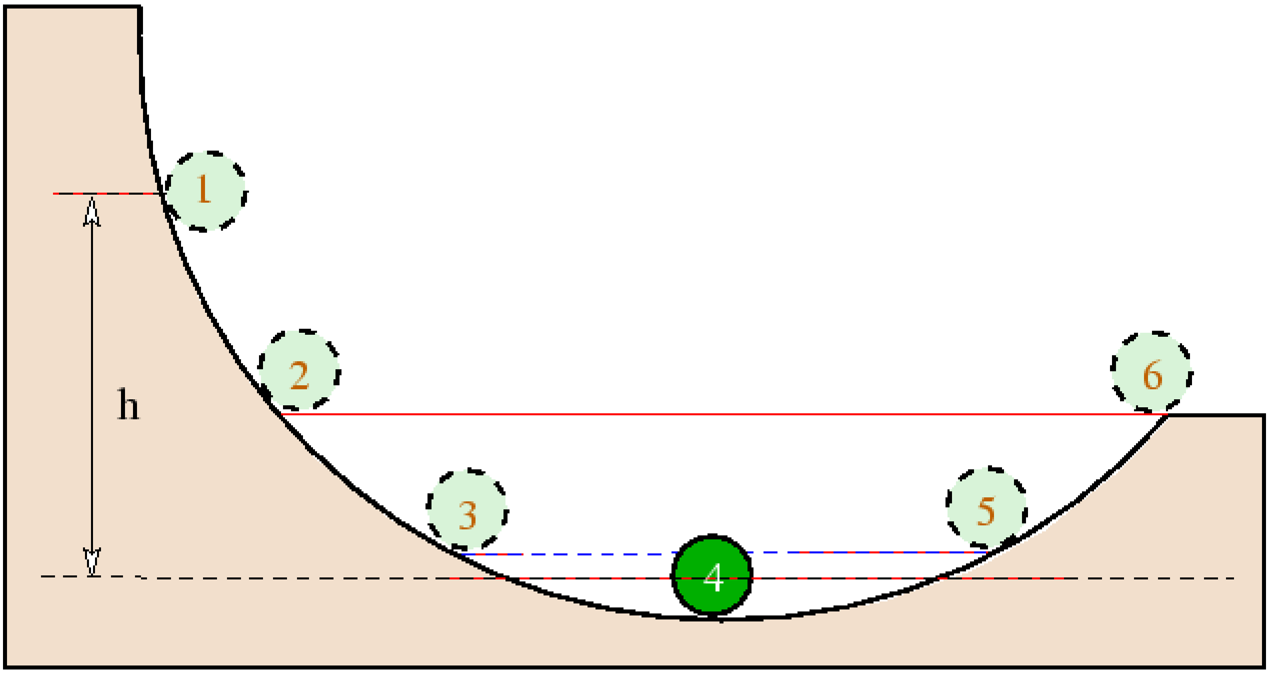

Figura 2.1: Energía y conservación de la energía.

Imagina que sueltas una bola en algún punto de una superficie curva como la representada en la Figura. Lo que te propongo entonces es que discutamos qué hace la bola dependiendo de la altura *h* (medida desde la parte más baja de la superficie) desde la que sueltes (sólo soltarla, sin empujarla) la bola. No son necesarios conocimientos profundos de física para intuir lo que ocurrirá: La bola rodará, pasará por el punto 4, el más bajo de la superficie, y comenzará a subir por el lado contrario. Si no hubiese rozamientos, la bola alcanzaría por este lado la misma altura desde la que fue soltada. En la práctica, sin embargo, la bola no llega a alcanzar esa altura sino una un poco menor. Seguidamente la bola vuelve hacia atrás, pasa de nuevo por el punto 4 y sube por el lado original hasta una altura un poco menor, etc. La bola oscilará alrededor de la posición 4, con oscilaciones cada vez menores, hasta que finalmente queda en reposo en la situación 4. La posición 4 es la situación de *equilibrio estático* de la bola. Cuando la bola se encuentra en ella no hay fuerzas netas actuando y la bola no se mueve. Sin embargo, observa que cuando soltamos la bola y ésta llega a la posición 4 *no se detiene en ella sino que la sobrepasa* a pesar de que con ello deja una situación de equilibrio estático para pasar a situaciones que no lo son.

Compara el ejemplo anterior de la bola con el barco que escora debido a la acción momentánea de una causa externa como, por ejemplo, un golpe de mar o el traslado transversal de un peso. Un instante después de producido el momento escorante, el barco no está en equilibrio estático. Es la situación equivalente a la de la bola en cualquiera de las posiciones que no sea la 4. El barco comienza a escorar (la bola comienza a rodar por la superficie), pero *no se detiene* al alcanzar la escora permanente θ_e que le corresponde de acuerdo con el balance *estático* de fuerzas (y cuyo valor aprendimos a calcular en el capítulo anterior). Por contra, sobrepasará esa escora permanente alcanzando momentáneamente escoras mayores. El barco, al igual que la bola, oscilará alrededor del valor θ_e, con oscilaciones cada vez menos amplias, hasta que, finalmente, quedará inmóvil escorado θ_e.

¿Cómo se estudia este problema?. Pues no hay más remedio que utilizar algunos conocimientos de física elemental como los de *trabajo realizado por una fuerza*, y la *energía* de una partícula (la bola en este caso), conocimientos que pasamos a revisar seguidamente, sin entrar en profundidad en el tema, utilizando el ejemplo de la bola. Los lectores con conocimientos de física elemental sabrán disculpar de nuevo en este punto la falta de rigor en la terminología utilizada.

Cuando subimos la bola desde el suelo (posición 4) hasta una altura h hemos tenido que realizar un *trabajo* T (en el sentido de la física y no en el sindical del término) para vencer a la fuerza p (el peso de la bola) que se opone a ello. Ese trabajo es $T = p \cdot h$. Como consecuencia, la bola ha ganado una *energía potencial* precisamente igual a T. Así que la bola en equilibrio estático (en reposo) en la posición 4 tiene una energía cero, pero situada en reposo en la posición 1 tiene una energía potencial $p \cdot h$. Ahora soltamos la bola que comienza a descender y a ganar velocidad. A medida que desciende (h disminuye) la bola pierde energía potencial. Sin embargo, recordarás que el principio de conservación de la energía obliga a que la energía total de la partícula se mantenga constante. ¿Dónde se ha ido entonces la energía potencial que ha perdido la bola al descender?. Pues se ha transformado en *energía cinética* (movimiento) $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ (m es la masa de la bola y v su velocidad). En cualquier instante la energía total de la bola (igual a su energía cinética más su energía potencial) es la misma. Así, cuando la bola está en reposo en 1 su energía total es toda energía potencial e igual a $p \cdot h$. Por contra, cuando la bola llega a la posición 4 después de descender desde la 1 su energía potencial es cero (pues $h = 0$) y, sin embargo, su energía total tiene que seguir teniendo el mismo valor $p \cdot h$. Lo que ha pasado es que toda esa energía es ahora cinética, así que la bola llega a 4 con una velocidad tal que se cumpla $p \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Por eso la bola no se detiene en la posición 4 de equilibrio estático sino que, por el contrario, comenzará a trepar por el lado contrario de la superficie, transformando ahora progresivamente energía cinética en potencial. Evidentemente, alcanzará la misma altura h por este lado, momento en el que toda su energía vuelva a ser potencial y su energía cinética es de nuevo cero (su velocidad es momentáneamente cero). El proceso se repetirá entonces para siempre manteniéndose la bola en oscilación alrededor de la posición 4 de equilibrio estático.

¿Por qué, en la práctica, se para finalmente la bola en la posición de equilibrio estático 4?. Pues porque la historia contada hasta aquí no es toda la realidad. Hemos supuesto que la única fuerza en juego, contra la que hay que trabajar cuando subimos o que realiza el trabajo cuando bajamos, es el peso de la bola. Sin embargo, en realidad existe el rozamiento. La fuerza de rozamiento entre la bola y la superficie se opone al movimiento de la bola. Para vencerla es necesario realizar un trabajo contra ella y eso, según acabamos de ver, significa un gasto de energía. Parte de la energía de la bola se invierte en vencer la fuerza de rozamiento, de modo que cuando la bola comienza a trepar después de sobrepasar la posición 4 dispone de menos energía para trabajar contra el peso. Alcanzará por tanto una menor altura. Y así sucesivamente hasta que toda la energía ha sido invertida en vencer al rozamiento.

Entendida la situación que se nos plantea es muy fácil comprender su importancia para la seguridad de la navegación: El barco es capaz de oscilar alrededor de θ_e porque, como hemos aprendido en el capítulo anterior, para cada valor de la escora θ diferente de θ_e se genera sobre él un par de fuerzas (adrizante si $\theta > \theta_e$ y escorante si $\theta < \theta_e$) que tiende a llevar al barco a la posición de equilibrio estático $\theta = \theta_e$ en el que no hay par de fuerzas actuando sobre el barco pues en esa situación el empuje y el desplazamiento vuelven a actuar a lo largo de la recta que une sus puntos de aplicación. Las características de ese par de fuerzas que lleva al barco a su posición de equilibrio estático se resumen en la curva de estabilidad estática transversal $GZ = GZ(\theta)$ y una de las más importantes es la existencia de un ángulo crítico de estabilidad estática, θ_c, más allá del cual, para escoras mayores, el par deja de ser adrizante para volverse escorante provocando que el barco zozobre. Como la moraleja del ejemplo anterior de la bola es que el barco alcanzará, en el proceso de responder a un momento escorante aplicado, escoras mayores que las correspondientes al equilibrio estático, nos asalta inmediatamente la pregunta fundamental: ¿Se pasará tanto de la escora θ_e que la escora alcance el valor θ_c y el barco vuelque? Volviendo al ejemplo de la bola, si nos olvidamos de los rozamientos y la soltamos en la posición 2, la bola alcanzará la misma altura por el otro lado, la posición 6 que representa en este ejemplo el *ángulo crítico de escora* (es decir, la máxima altura *h*). Si nos pasamos de esta altura y soltamos la bola desde la posición 1 (si aplicamos al barco un par escorante demasiado grande), la bola sobrepasará este límite y *zozobra*.

El estudio de estos aspectos, que van bastante más allá de la determinación del punto en el que se produce el balance estático de fuerzas, es el objetivo de los estudios de la ***estabilidad dinámica*** y, como podrás intuir a partir del estudio energético del ejemplo de la bola, habrá de hacerse en términos del *trabajo* realizado por el par adrizante para oponerse a un par escorante aplicado sobre el barco. Así que discutamos ahora el caso del barco en analogía con el ejemplo de la bola, teniendo en cuenta que ahora hemos de manejar pares de fuerzas en lugar de simplemente fuerzas.

Estabilidad dinámica. Reserva de estabilidad

La idea intuitiva de la situación es muy sencilla después de la discusión de la sección anterior: El barco, en reposo, sufre un par escorante de momento M_{esc} debido, por ejemplo, al traslado transversal de un peso. El barco comienza, por tanto, a escorar a lo que se opone el momento del par adrizante que, como sabemos, es $M_{adr} = \Delta \cdot GZ(\theta)$. Por tanto, el par escorante realiza un trabajo contra este par adrizante. Para fijar ideas supongamos que el par escorante se debe al traslado transversal del peso *p* una distancia d_t. El momento del par escorante es entonces (Figura)

$$M_{esc}(\theta) = p \cdot d_t \cdot \cos(\theta)$$

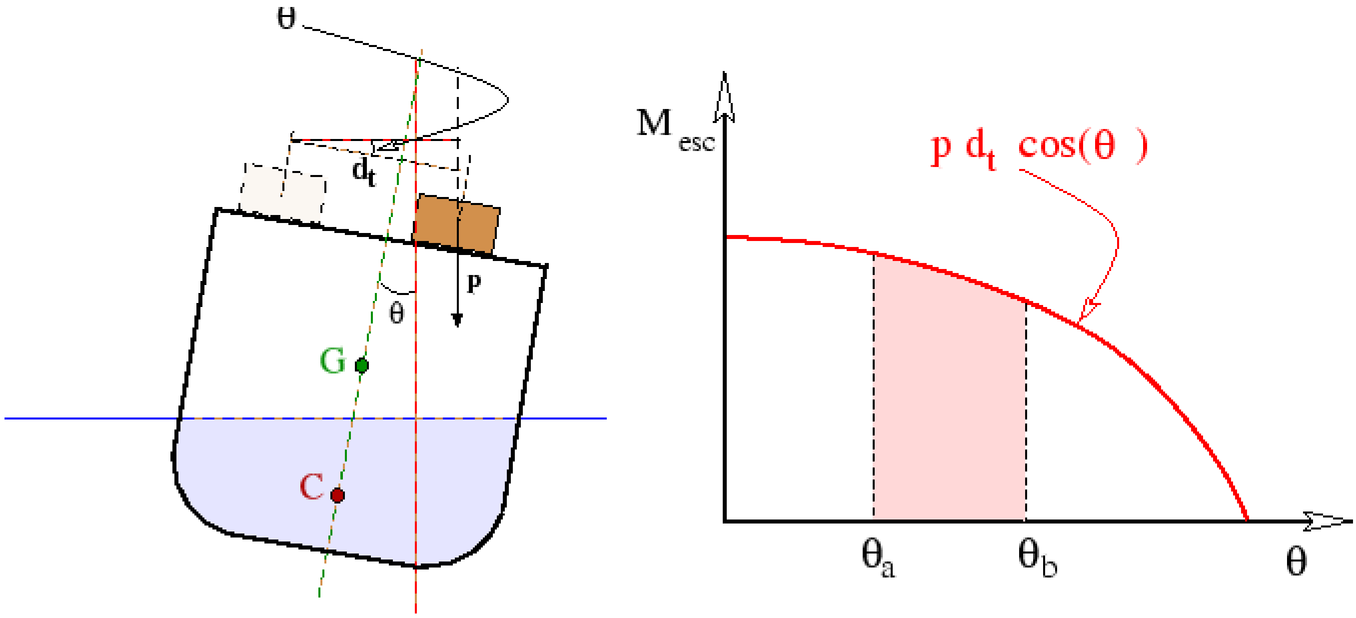

Figura 2.2: Par escorante por traslado transversal del peso *p*.

Cuando el barco escora desde un valor θ_a hasta otro valor θ_b de la escora, el par escorante ha realizado un trabajo igual al área sombreada en la parte derecha de la Figura. Este trabajo es realizado, por supuesto, contra el par adrizante que se opone a que el barco escore.

El ángulo de escora permanente, θ_e, que adquirirá el barco por efecto del par escorante será aquél para el que ambos pares de fuerzas se igualan. Es esa posición no existe un par de fuerzas neto actuando sobre el barco de forma que esa es la posición de equilibrio *estático*. Ese ángulo, que para *pequeñas* escoras producidas lo habíamos calculado en el capítulo anterior en función de la altura metacéntrica, ecuación, podemos ahora calcularlo en una situación cualquiera (es decir, si el peso trasladado es tan grande comparado con el desplazamiento del barco que la escora producida no es pequeña y no puede utilizarse el concepto de altura metacéntrica). Bastará para ello representar conjuntamente los pares escorantes y adrizante y encontrar el punto de corte de ambas curvas, como se ha representado en la Figura.

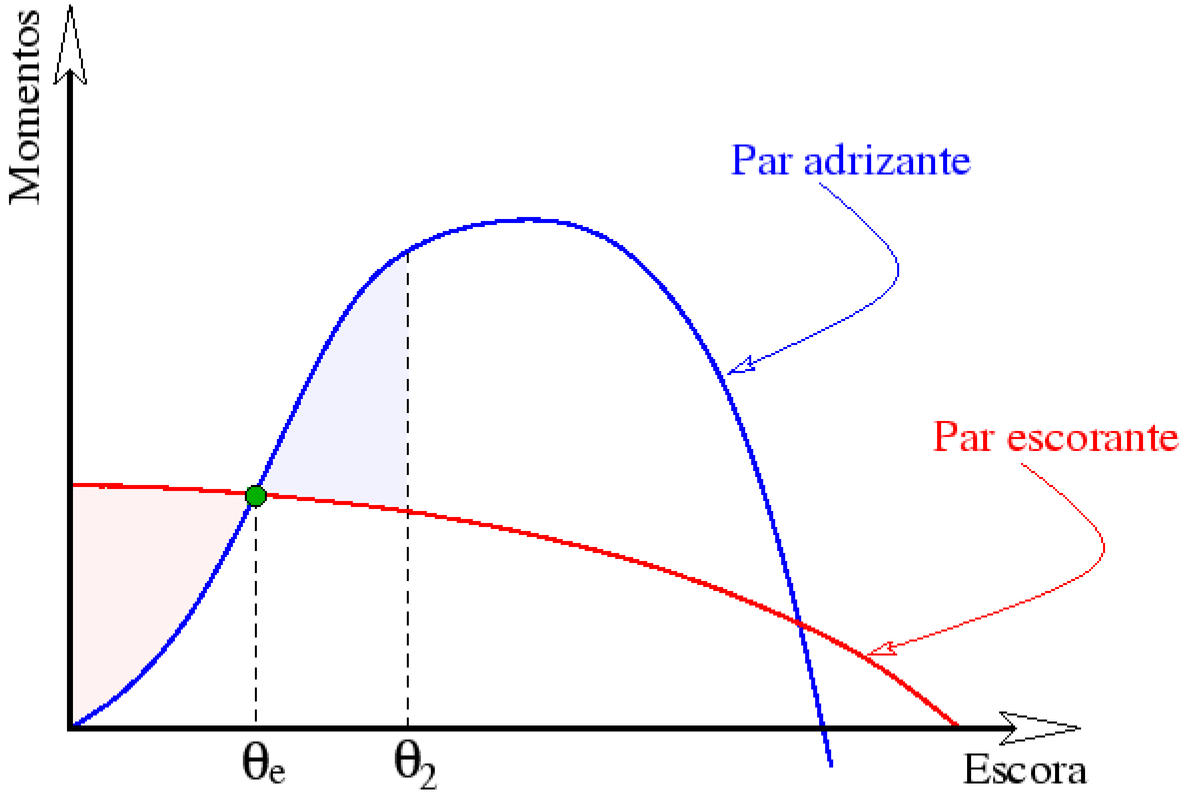

Figura 2.3: Equilibrios estático y dinámico entre el par escorante y el par adrizante.

Así que si depositamos el barco en aguas tranquilas, con infinito cuidado, escorado un ángulo θ_e, el barco se quedará en esa posición de equilibrio estático. Sin embargo, la situación real es bien distinta: Con el barco inicialmente adrizado aplicamos el par escorante al trasladar el peso. El barco comienza a escorar. Cuando la escora es θ_e el par escorante ha realizado *más* trabajo que el par adrizante. En concreto, la diferencia de trabajos realizados por ambos pares, a favor del escorante, es igual al área sombreada en rojo en la Figura ❑. Este trabajo extra realizado por el par escorante, equivalente en el ejemplo de la bola de la sección anterior al trabajo $T = p \cdot h$ que hacemos nosotros al subir la bola hasta una altura h, significa, de acuerdo con lo que hemos estudiado en ese ejemplo, que el barco llegará a la escora θ_e con *velocidad escorante*[2.4] , v_{esc}, distinta de cero. De este modo, el barco no se detendrá en la escora θ_e correspondiente a la situación de equilibrio estático sino que, por el contrario, seguirá escorando alcanzando escoras mayores que θ_e. Pero para escoras mayores que θ_e el par adrizante realiza un mayor trabajo que el par escorante. Cuando la escora haya alcanzado el valor θ_2 tal que las áreas sombreadas en la Figura sean iguales, todo el trabajo extra realizado por el par escorante hasta la escora θ_e se habrá consumido en vencer al par adrizante. El barco alcanzará entonces la escora θ_2 con velocidad escorante v_{esc} nula. Este punto corresponde en el ejemplo de la bola al punto de mayor altura alcanzado por la bola al escalar por la superficie después de sobrepasar el punto de equilibrio situado en la parte más baja de la superficie. Si el punto $\theta = \theta_2$ fuese un punto de equilibrio estático, el barco se quedaría en esa situación. Pero en esa situación el par adrizante es mayor que el escorante así que el barco comenzará a recuperarse, disminuyendo la escora (la bola desciende de nuevo) y así sucesivamente. Si no existiesen rozamientos de la obra viva con el agua y de la obra muerta con el aire el barco oscilaría permanentemente alrededor de la escora $\theta = \theta_e$. Sin embargo, parte la energía disponible se invierte progresivamente en vencer a las fuerzas de rozamientos de modo que las oscilaciones son cada vez menos amplias quedando finalmente el barco en la situación de equilibrio estático $\theta = \theta_e$.

Una vez entendido el proceso dinámico que acabamos de explicar es fácil darse cuenta de por qué son importantes, incluso para las propiedades de estabilidad *dinámica*, algunas de las características de la curva de estabilidad estática que discutimos en el capítulo anterior. En efecto, es obvio que cuanto mayor sea el máximo de esta curva, $\Delta \cdot GZ_m$ más pequeño será el valor de la escora θ_2 que alcanzará el barco pues más pronto se igualarán ambas áreas, de modo que un GZ_m grande mejora no sólo la estabilidad estática sino que también mejora la estabilidad dinámica.

Curva de estabilidad dinámica

Como acabamos de ver en las secciones anteriores, el área limitada por la curva de estabilidad estática y el eje de las X, entre dos escoras θ_1 y θ_2 dadas, es el trabajo realizado por el par adrizante para oponerse al par escorante que provoca ese aumento de la escora. Como hemos visto también, el trabajo realizado por el par es igual a la energía proporcionada por el par. Así que cuando el barco escora desde su posición adrizada ($\theta = 0^\circ$) hasta una escora dada $\theta = \theta_b$ la *energía adrizante* total disponible, $E_{adr}(\theta_b)$, será el área sombreada en la Figura ❑. Observa que he indicado explícitamente que esta energía adrizante disponible depende de θ_b, como es evidente pues a mayor θ_b mayor área.

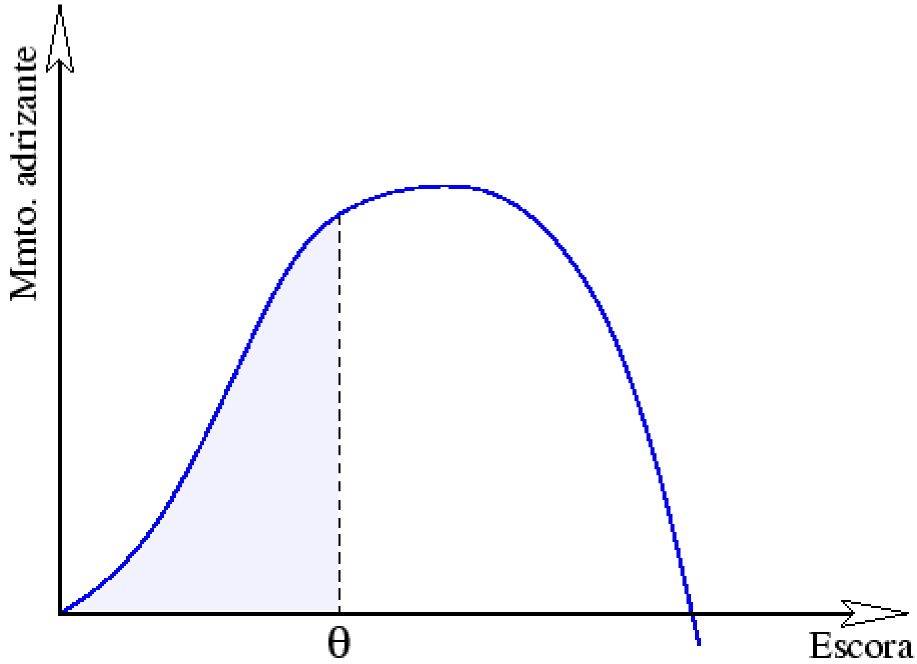

Figura 2.6: *Energía adrizante* disponible.

Aquellos lectores con los conocimientos suficientes de matemáticas se habrán dado cuenta ya de que $E_{\mathrm{adr}}(\theta)$ no es más que la integral del momento del par adrizante, es decir:

$$E_{\mathrm{adr}}(\theta_b) = \int_0^{\theta_b} \Delta \cdot GZ(\theta) \cdot d\theta$$

La representación gráfica de la curva $E_{\mathrm{adr}}(\theta)$ en función de θ se llama ***curva de estabilidad dinámica***. Para trazarla podemos resolver la integral anterior o podemos hacerlo gráficamente, procedimiento este último especialmente interesante para aquellos lectores sin conocimientos suficientes de matemáticas, razón por la cual empezaremos por él.

Trazado de la curva de estabilidad dinámica

Se trata, como acabamos de explicar, de calcular, para cada valor de θ, el área limitada por la curva $\Delta \cdot GZ(\theta)$ y el eje de las X hasta el valor θ de la escora. Para ello lo que hacemos es descomponer ese área en trozos como indica la Figura.

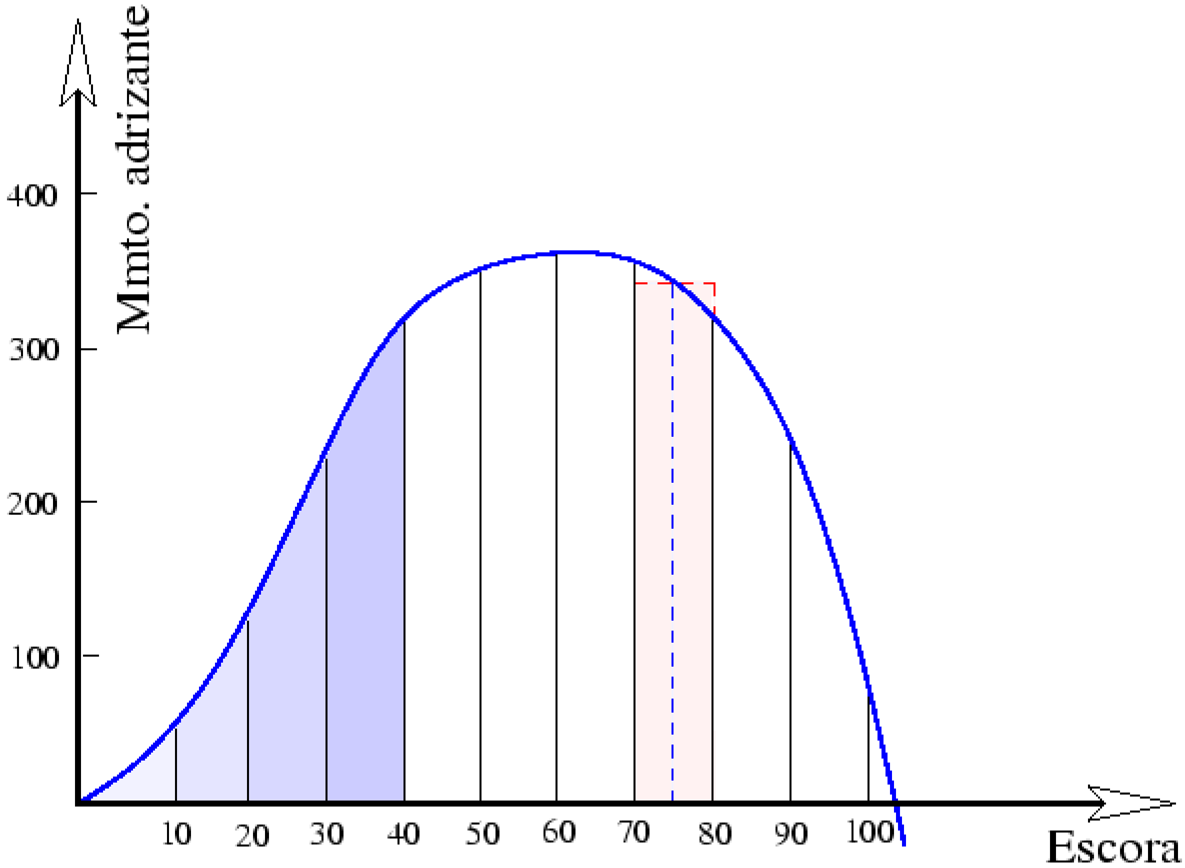

Figura 2.7: Cálculo gráfico de la curva de estabilidad dinámica.

El valor de $E_{adr}(\theta)$ para, por ejemplo, $\theta = 40^\circ$ sería entonces la suma de las áreas de los cuatro trozos sombreados mientras que para $\theta = 30^\circ$ el valor de $E_{adr}(\theta)$ es la suma de las áreas de los tres primeros trozos sombreados. El área de esos trozos no sabemos calcularla así que cada trozo lo aproximamos por un rectándulo de base 10° y altura la ordenada (es decir, el valor de la curva $\Delta \cdot GZ(\theta)$) en el centro del trozo. Tomamos el punto central de manera que disminuimos así el error cometido pues, como se aprecia en la Figura ❑, de esta manera aproximamos el área deseada por el área del rectángulo sombreado que en una de sus mitades es menor que la deseada pero en la otra mitad es mayor, contrarrestándose los errores. Hay que tener en cuenta, como siempre, que la base de los rectángulos ha de expresarse en radianes y no en grados, pues vamos a hallar un área multiplicando una distancia por otra. Si utilizamos rectángulos de 10° de base, como en el caso representado en la Figura, tendremos que considerar una base de $10 \cdot 2\pi/360 = 0.1745$ *radianes*. En la práctica, para evitar errores, procederemos a construir una plantilla en la que anotaremos las ordenadas medias de cada trozo (leidas de la curva de estabilidad estática) así como las áreas de cada trozo y el total acumulado desde $\theta = 0$ que es el resultado que buscamos. Para el caso de la Figura tenemos:

Escoras	Ordenada media	Area del trozo	E_{adr}
0-10	25.0	4.363	4.363
10-20	80.0	13.960	18.323
20-30	175.0	30.538	48.861

30-40	275.0	47.988	96.849
40-50	337.5	58.894	155.743
50-60	355.0	61.948	217.691
60-70	355.0	61.948	279.639
70-80	340.0	59.330	338.969
80-90	280.0	48.860	387.839
90-100	175.0	30.538	418.367

La segunda columna muestra la ordenada media (en toneladas *x* metro) según se obtiene de la curva de estabilidad estática de la Figura. La tercera columna , área del trozo, es el resultado de multiplicar cada ordenada media por 0.1745 radianes, obteniendo así el área en toneladas *x* metro *x* radián. La columna E_{adr} es el resultado de ir sumando las áreas de todos los trozos hasta el actual. Representando esta columna en función del θ correspondiente al extremo superior del intervalo de escoras (10, 20, 30, etc) de la primera columna de la plantilla obtenemos la curva de estabilidad dinámica, como se muestra en la Figura en la que se ha representado conjuntamente con la curva de estabilidad estática a partir de la cual ha sido calculada.